

Potenzgesetze: Basiswissen und Aufgaben

Rechnen mit Potenzen ist ein sehr interessantes Teilgebiet der Mathematik. Wenn man die Potenzgesetze einmal gut verstanden hat, so ist es ein leichtes, auch schwierig aussehende Potenzaufgaben auszurechnen!

Im nachfolgenden Text werden alle Potenzgesetze einfach dargestellt und mit Beispielen erläutert. Zur Selbstkontrolle folgen immer einige Übungsaufgaben.

I. Allgemeine Potenzgleichung

$$c = a^n$$

a = Basis n = Exponent c = Potenzwert

Hinweis: Der Exponent **n** wird auch **Hochwert** genannt.

Wird eine Zahl **a** mehrmals mit sich selbst multipliziert, so schreibt man:

$$a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a = a^n$$

Der Exponent **n** gibt an, wie oft die Zahl a auftritt.

Aufgaben: Schreibe die Faktoren in Potenzschreibweise.

a) $2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$

d) $10 \cdot 10 \cdot 10 =$

b) $4 \cdot 4 =$

e) $x \cdot x \cdot x \cdot x =$

c) $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 =$

f) $z \cdot z =$

Aufgaben: Zerlege in Faktoren und schreibe diese in Potenzschreibweise.

g) $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$

i) $81 =$

h) $27 =$

j) $125 =$

II. Multiplizieren von Potenzen mit gleicher Basis

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Bei der Multiplikation von Potenzen mit gleicher Basis werden die Exponenten addiert.

Aufgaben:

a) $2^2 \cdot 2^3 = 2^{2+3} = 2^5$

e) $6^2 \cdot 6^x =$

b) $3^5 \cdot 3^4 =$

f) $x^5 \cdot x^3 =$

c) $5^{10} \cdot 5^2 =$

g) $z^3 \cdot z^x =$

d) $10^3 \cdot 10^7 =$

h) $y^u \cdot y^w =$

III. Dividieren von Potenzen mit gleicher Basis

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

Andere Schreibweise:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

Bei der Division von Potenzen mit gleicher Basis werden die Exponenten subtrahiert.

Aufgaben:

a) $3^3 : 3^2 = 3^{3-2} = 3^1 = 3$

e) $a^{10} : a^4 =$

b) $7^7 : 7^2 =$

f) $y^5 : y =$

c) $\frac{10^8}{10^3} =$

g) $\frac{w^8}{w^7} =$

d) $\frac{4^2}{4^4} =$

h) $\frac{k}{k^5} =$

IV. Negative Potenzen

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

und

$$\frac{1}{a^{-n}} = a^n$$

Aufgaben:

a) $10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100}$

g) $\frac{2}{a^{-10}} = 2 \cdot a^{10}$

b) $5^{-2} =$

h) $\frac{1}{x^{-3}} =$

c) $8^{-3} =$

i) $\frac{3}{v^{-4}} =$

d) $a^{-b} =$

j) $\frac{10}{z^{-1}} =$

e) $x^{-4} =$

k) $\frac{1}{(a-b)^{-2}} =$

l) $\frac{3^2}{3^{-2}} =$

o) $5 \cdot z^{-3} : z =$

m) $\frac{x^{-3}}{y^2} =$

p) $a^{-10} \cdot a^5 \cdot =$

n) $a^{-3} \cdot b^{-4} =$

q) $(r+s)^{-1} \cdot (r+s) =$

V. Potenzieren von Potenzen

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n} = (a^n)^m$$

Bei gleicher Basis werden die Potenzen multipliziert.

Aufgaben:

a) $(3^3)^2 = 3^{3 \cdot 2} = 3^6 = (3^2)^3$

e) $(a^{10})^4 =$

b) $(5^7)^2 =$

f) $(y^5)^{-2} =$

c) $(2^4)^{-1} =$

g) $(x^{-2})^a =$

d) $(6^{-2})^{-(2+1)} =$

h) $(z^5)^{3+x} =$

Gemischte Aufgaben:

a) $\frac{2^4 \cdot x^3}{2^6 \cdot x} =$

e) $\frac{e^4 \cdot 5 \cdot e^6}{5 \cdot d^2 \cdot 5^2 \cdot e^4} =$

b) $\frac{5^4 \cdot r^2 \cdot 2^8}{r^9 \cdot 2^2 \cdot 5^3} =$

f) $\frac{(3ab - a) \cdot (3ab + a)}{a^3} =$

c) $\frac{(6-2)^4 \cdot z \cdot 8^8}{z^5 \cdot 8^2 \cdot 4^6} =$

g) $\frac{a^2 - 2ab + b^2}{(a-b)^2} =$

d) $\frac{u^2 \cdot f^5 \cdot 4^3 \cdot f^2 \cdot u}{u^3 \cdot (10-6) \cdot f^7} =$

h) $\frac{(z+1) \cdot (u-3)^3 \cdot (w-8)^5}{(w-8)^6 \cdot (u-3)^2 \cdot (z+1)^2} =$

Besondere Potenzen:**Basis a=0** Es gilt: $0^n = 0$ mit $n > 0$ Beispiele: $0^1 = 0$ $0^2 = 0$ $0^3 = 0$ $0^x = 0$ $0^y = 0$ **Aufgaben für 'Besondere Potenzen':**a) $0^{100} =$ b) $0^a =$ c) $0^{5b} =$ d) $0^2 =$ e) $0^{5ab} =$ **Basis a=1** Es gilt: $1^n = 1$ Beispiele: $1^1 = 1$ $1^{-2} = 1$ $1^{10} = 1$ $1^x = 1$ $1^{-y} = 1$ Aufgaben: a) 1^{100} b) 1^a c) 1^{5b} d) 1^2 e) 1^{5ab} **Exponent n = 0** Es gilt: $a^0 = 1$ Beispiele: $1^0 = 1$ $-5^0 = -5$ $10^0 = 1$ $-x^0 = -1$ $xy^0 = x$ Aufgaben: a) 10^0 b) a^0 c) $5b^0$ d) $\left(\frac{1}{2}\right)^0$ e) $-5a^0$ **Exponent n = 1** Es gilt: $a^1 = a$ Beispiele: $0^1 = 0$ $2^1 = 2$ $-10^1 = -10$ $x^1 = x$ $-y^1 = -y$